

Завдання 2 туру (математика)

1. У геолога есть чашечные весы без гирь и 8 камней. Он хочет узнать, верно ли, что любые два из этих камней тяжелее любого из этих 8 камней? Может ли он это узнать за 13 взвешиваний?
2. Каково наибольшее число подряд идущих членов последовательности $x_n = n^4 + 1998$, НОД которых больше 1?
3. В каждой клетке шахматной доски записано положительное число (всего записано 64 числа, среди которых могут быть и разные).. Сумма всех этих чисел равна 2000. Сумма всех чисел, записанных на двух диагоналях равна 200. Числа, расположенные симметрично относительно этих двух диагоналей равны. Докажите, что сумма чисел в каждой строке доски меньше 550.
4. Пусть G - точка пересечения медиан в треугольнике ABC . Обозначим A_1, B_1, C_1 - вторые точки пересечения прямых AG, BG, CG с окружностью, описанной вокруг треугольника. Докажите, что $AG + BG + CG \leq A_1G + B_1G + C_1G$. (Ясінський В.А.)
5. По трем различным прямолинейным дорогам равномерно движутся три автомобиля (каждый по своей дороге). Известно, что в некоторые три момента времени автомобили находились на одной прямой. Докажите, что тогда эти автомобили будут находиться на одной прямой в любой момент времени (для каждого момента времени - своя прямая). (Ясінський В.А.)