

1. У квадратного рівняння $x^2 + px + q = 0$ коефіцієнти P та q збільшили на одиницю. Цю операцію повторили чотири рази. Наведіть приклад такого рівняння, вказаного виду, що у нього та у кожного із чотирьох, отриманих вказаним чином з нього рівнянь, всі їх корені були б цілими числами.

2. Курс акцій компанії „За дарма продакшн” кожного дня о 12:00

підвищується або понижується на 17 відсотків (курс не округлюється).

Чи може курс акцій двічі набувати одного і того ж значення ?

3. Натуральне число будемо називати „дозволеним”, якщо воно має не більше 20 різних простих дільників. В початковий момент часу є купа із 2004! ($1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2004$) камінців. Двоє гравців по черзі забирають із купи деяку дозволену кількість камінців (можливо, кожного разу іншу). Виграє той, хто забирає останні камінці. Хто виграє при вірній грі ?

4. В трикутнику ABC сторона AC найменша. На сторонах AB та CB взяли точки K та L , відповідно, такі що $KA = AC = CL$. Нехай M - точка перетину AL та KC , а I - центр вписаного в трикутник ABC кола, точки M та I не співпадають. Доведіть, що пряма MI перпендикулярна до прямої AC .

5. Доведіть, що коли кожне із двох чисел є сумою квадратів двох цілих чисел, то і їх добуток є сумою квадратів двох цілих чисел.