

1. Нехай n – таке натуральне число, що $2 + 2\sqrt{28n^2 + 1}$ – ціле число. Доведіть, що і $\sqrt{2 + 2\sqrt{28n^2 + 1}}$ також ціле число.

2. Дано трикутник ABC . Пряма, яка проходить через вершину A , симетрична медіані AM відносно прямої, що містить бісектрису кута BAC , перетинає коло, описане навколо трикутника ABC , в точках A і K . Нехай L середина відрізка AK . Доведіть, що $\angle BLC = 2\angle BAC$.

3. Перша абетка, яку вивчають учні початківці Вінницької фізико-математичної гімназії №17, містить лише три літери ϕ, μ, z . Обчисліть кількість слів, кожне з яких можна записати **2005** – **ма** літерами цієї абетки і кожне з яких містить парну кількість літер **z**.

4. Доведіть, що для будь-яких дійсних додатних чисел a, b, c виконується нерівність

$$\frac{a+b}{c^2} + \frac{b+c}{a^2} + \frac{c+a}{b^2} \geq 2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right).$$

На розв'язання всього завдання відводиться 4 год.