Математика

1.Нехай n – таке натуральне число, що $2+2\sqrt{28n^2+1}$ – ціле число. Доведіть, що і $\sqrt{2+2\sqrt{28n^2+1}}$ також ціле число.

2. Дано трикутник ABC. Пряма, яка проходить через вершину A, симетрична медіані AM відносно прямої, що містить бісектрису кута BAC, перетинає коло, описане навколо трикутника ABC, в точках A і K. Нехай L – середина відрізка AK. Доведіть, що $\angle BLC = 2\angle BAC$.

3. Перша абетка, яку вивчають учні початківці Вінницької фізико-математичної гімназії №17, містить лише три літери $ф, м, г$. Обчисліть кількість слів, кожне з яких можна записати $2005-ма$ літерами цієї абетки і кожне з яких містить парну кількість літер $г$.

4. Доведіть, що для будь-яких дійсних додатних чисел a, b, c виконується нерівність

$$\frac{a+b}{c^2}+\frac{b+c}{a^2}+\frac{c+a}{b^2}\geq 2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right).$$

Математика

1. Пусть n – такое натуральное число, что $2+2\sqrt{28n^2+1}$- целое число. Докажите, что и $\sqrt{2+2\sqrt{28n^2+1}}$ тоже целое число.
2. Дан треугольник АВС. Прямая, проходящая через вершину А , симметрична медиане АМ относительно прямой , содержащей биссектрису угла ВАС, пересекает окружность, описанную около треугольника АВС, в точках А и К. Пусть L –середина отрезка АК. Докажите, что $\angle BLC = 2\angle BAC$.
3. Первый алфавит, который изучают ученики–первоклассники Винницкой физико-математической гимназии №17, содержит всего три буквы ***ф***, ***м***, ***г***. Вычислить количество слов, каждое из которых можно записать 2005-ю буквами этого алфавита и каждое из них содержит четное количество букв ***г***.
4. Докажите, что для любых вещественных (действительных) положительных чисел ***a, b, c*** выполняется неравенство:

$$\frac{a+b}{c^2}+\frac{b+c}{a^2}+\frac{c+a}{b^2}\geq 2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right).$$