

1) Имеются два теплоизолированных сосуда. В первом из них находится 5 л воды при температуре 60°C, во втором – один литр воды при температуре 20°C. Вначале часть воды перелили из первого сосуда во второй. Затем, когда во втором сосуде установилось тепловое равновесие, из него в первый сосуд отлили столько воды, чтобы ее объемы в сосудах стали равны первоначальным. После этих операций температура воды в первом сосуде стала равной 59°C. Сколько воды переливали из первого сосуда во второй и обратно?

**Решение:**

$$t_1 = 60^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 20^\circ\text{C}$$

$$t_4 = 59^\circ\text{C}$$

$$\underline{V_1 = 5 \text{ л}}$$

$$\underline{V_2 = 1 \text{ л}}$$

$$\Delta V - ?$$

В результате переливаний в замкнутой системе общая энергия системы сохранится. Так как сохранилось и количество воды в обоих сосудах, то в общем от первого сосуда ко второму было передано некоторое количество теплоты  $\Delta Q$ :

$$\Delta Q = c \cdot \rho \cdot V_1 \cdot (t_1 - t_4) = c \cdot \rho \cdot V_2 \cdot (t_3 - t_2),$$

где  $t_3$  – температура во втором сосуде после первого переливания:

Записав уравнение теплового баланса для одного из процессов, например, первого переливания:

$$c \cdot \rho \cdot \Delta V \cdot (t_1 - t_3) = c \cdot \rho \cdot V_2 \cdot (t_3 - t_2),$$

получим:

Подставив  $t_3$ , находим окончательное выражение:

**Ответ:**

2) Прямоугольный сосуд с водой стоит на двух опорах, разнесенных на расстояние  $L$  друг от друга. Над сосудом на перекладине подвешен на нити кусок свинца массой  $M$  на расстоянии  $l$  от центра сосуда см. рис. Силы реакции опор при этом равны  $N_1$  и  $N_2$ . Нить удлиняют так, что свинец погружается в воду. Какими станут после этого силы реакции опор? Плотность свинца в  $n$  раз больше плотности воды.

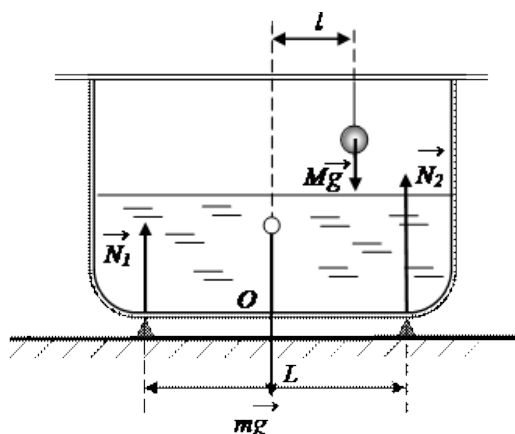
**Решение:**

$$N_1$$

$$N_2$$

$$l; L; M;$$

$$\Delta V - ?$$



В первоначальном состоянии силы реакции опор можно определить из системы уравнений:

– равенство нулю суммы сил: 
$$(m + M) \cdot g = N_1 + N_2 \quad (1)$$

– правило моментов относительно точки O: 
$$(2)$$

После опускания свинца в воду силы реакции опор ( $T_1, T_2$ ) изменятся в соответствии с уравнением: 
$$(3)$$

Так как внешние по отношению к системе сосуд-вода-свинец не изменились, то не изменилась и сумма сил реакции опоры. Перепишем систему уравнений (1)-(3) в виде:

$$T_1 + T_2 = N_1 + N_2$$

Откуда ответ:

- 3) На рисунке приведены вольтамперные характеристики двух нелинейных резисторов  $R_1$  и  $R_2$ . Какими будут мощности, которые выделяются на каждом из нелинейных резисторов, если соединение резисторов подключить последовательно к источнику с напряжением 10 В и к линейному резистору сопротивлением 2 Ом? В соединении нелинейные резисторы включены:
- а) параллельно; б) последовательно.

-

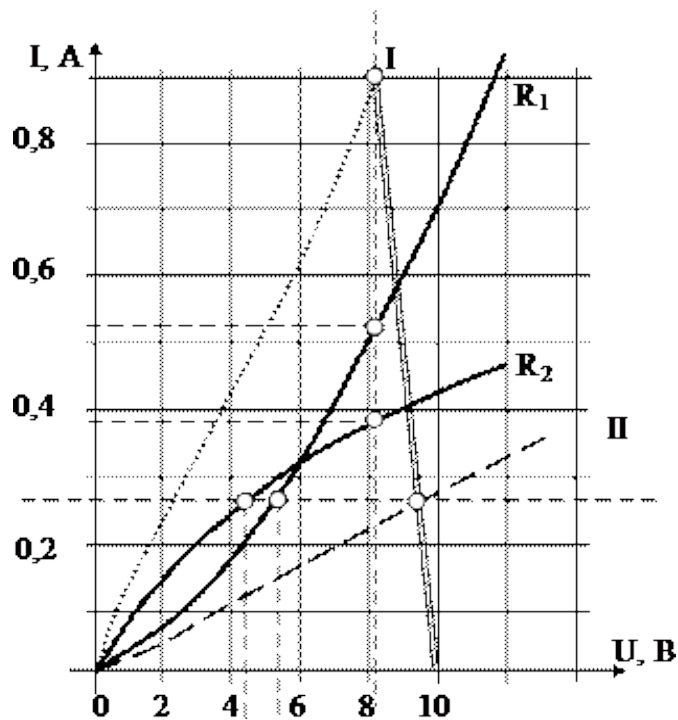
**Решение:**

$R_1$

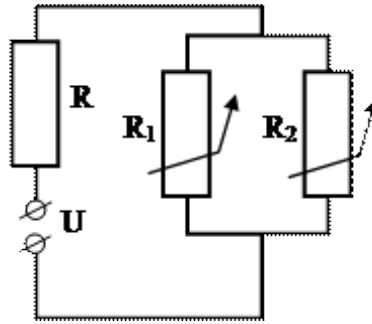
$R_2$

$U = 10 \text{ В}$

$P_1, P_2 - ?$



a) Параллельное соединение:



$$I = I_1 + I_2; \quad U = U_1 = U_2;$$

Графическое сложение по значениям силы тока дает кривую I, которая в сумме с падением напряжения на обычном резисторе (прямая) должна дать 10 В.

$$U_1 = U_2 = U - I \cdot R = 10 - 2 \cdot I;$$

Точка пересечения с линейной зависимостью дает нам возможность определить, что

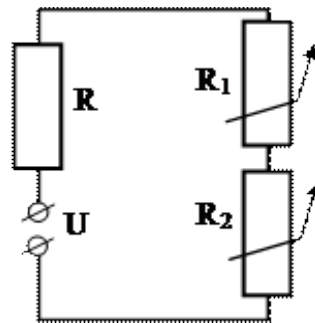
$$U_1 = U_2 = 8,2 \text{ В.}$$

Тогда (по графику)  $I_1 = 0,52 \text{ А}$ ;  $I_2 = 0,38 \text{ А}$ .

$$P_1 = I_1 \cdot U_1 = 8,2 \cdot 0,52 \text{ А} = 4,3 \text{ Вт}$$

$$P_2 = I_2 \cdot U_2 = 8,2 \cdot 0,38 \text{ А} = 3,1 \text{ Вт}$$

b) Последовательное соединение:



$$I = I_1 = I_2; \quad U = U_1 + U_2;$$

Графическое сложение по значениям напряжения дает кривую II. Аналогично предыдущему случаю, получаем (см. график):

$$I = I_1 = I_2 = 0,27 \text{ А};$$

$$U_1 = 5,2 \text{ В}; \quad U_2 = 4,3 \text{ В};$$

$$P_1 = I_1 \cdot U_1 = 0,27 \cdot 5,2 \text{ В} = 1,4 \text{ В};$$

$$P_2 = I_2 \cdot U_2 = 0,27 \cdot 4,3 \text{ В} = 1,2 \text{ В}.$$

- 4) Мальчик переплывает через реку под углом  $30^\circ$  к берегу, один раз за две минуты, другой раз, по той же траектории, в ту же сторону, за 4 минуты. Как соотносятся скорость пловца относительно воды и скорость течения реки? Скорость пловца относительно воды оба раза была одинаковой.

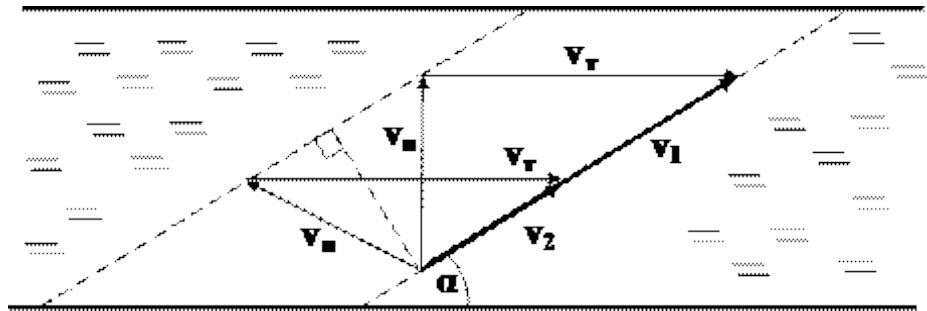
**Решение:**

$$t_1 = 2 \text{ мин}$$

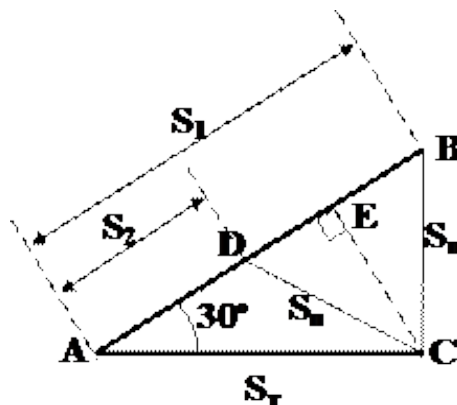
$$t_2 = 4 \text{ мин}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

-  
- ?



Как видно из рисунка, пловец двигался в первый раз с в два раза большей скоростью так как меньше сил затрачивал на борьбу с течением реки. Также очевидно, что такое движение возможно только при скорости течения реки большей, чем скорость пловца. Рассмотрим получившийся треугольник:



где  $S_1$  – путь, пройденный пловцом в первый,  $S_2$  – во второй раз,  $S_r$  – расстояние, на которое его сносит река. Соотношение времен движения определяет DC как медиану  $\triangle ABC$ . Тогда

Так как  $\angle DCE = 30^\circ$ . Тогда

**Ответ:**

- 5) Две плиты приближаются друг к другу с постоянной скоростью  $V$ . Между плитами перпендикулярно их плоскости движется шарик со скоростью  $v$  много большей, чем  $V$ . Первоначально расстояние между пластинами  $L$ . Какую скорость будет иметь шарик, когда расстояние между пластинами станет равным  $L_1$ ?

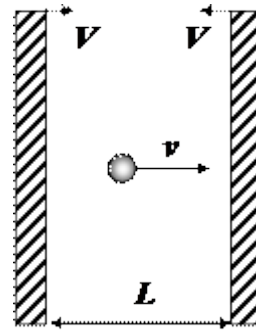
**Решение:**

$$V \ll v$$

$$v, L$$

$$\underline{L_1}$$

$$v_1$$



При абсолютно упругом ударе шарика о пластину его скорость увеличивается на  $2V$ . К тому моменту, когда расстояние между пластинами будет  $L_1$ , и произойдет большое число ударов –  $n$ , скорость шарика будет:

$$v_1 = v + 2 \cdot n \cdot V. \quad (1)$$

За это время расстояние между пластинами будет:

$$L_1 = L - 2 \cdot V \cdot t. \quad (2)$$

В силу того, что пластины движутся медленно, по сравнению с шариком, расстояние между ними уменьшается медленно, а скорость шарика медленно возрастает можно считать, что среднее расстояние будет пройдено со средней скоростью. Тогда

$$(3)$$

Система уравнений (1)-(3), при исключении  $n$  и  $t$  дает:

$$v_1 L_1 = v L.$$

Второй вариант решения с использованием производных:

В силу малости скорости  $V$  относительно  $v$  можно считать изменение  $n$  непрерывным. Тогда за время  $dt$  произошло  $dn$  столкновений. Приращение скорости за это время

$$dv = 2 \cdot V \cdot dn$$

За это время расстояние между пластинами изменится до  $x$  в соответствии с:

За все время движения  $t$  расстояние между пластинами станет:  $L_1 = x = L - 2 \cdot V \cdot t$ .

Тогда

Откуда после интегрирования имеем:

**Ответ:** Когда расстояние станет  $L_1$  скорость будет .