

Задача №1

Масса испарившейся воды может уменьшаться вследствие различных способов погружения в нее медного тела. Рассмотрим граничные варианты:

- 1) Тело очень быстро погрузили на глубину и можно считать, что все отданное им тепло идет на нагревание общего количества воды и на вскипание некоторой ее части.

По уравнению теплового баланса:

$$C_M m_M (t_{100} - t_M) + C_S m_S (t_{100} - t_S) + L \cdot m_n = 0$$

Тогда
$$m_n = \frac{-C_M m_M (t_{100} - t_M) - C_S m_S (t_{100} - t_S)}{L} \approx 40 \text{ г}$$
 (конечная температура 100°C)

- 2) Если тело погружать **очень** медленно, то пока оно не охладится до 100°C можно считать что все отданное им тепло идет на нагревание и вскипание близлежащих слоев воды, а уже после этого тело приходит в тепловое равновесие с оставшейся водой.

Тогда
$$C_M m_M (t_M - t_{100}) + C_S m_S (t_{100} - t_S) + L \cdot m_n = 0$$

$$m_n = \frac{C_M m_M (t_M - t_{100})}{C_S (t_{100} - t_S) + L} \approx 189 \text{ г} \quad t_K = \frac{C_M m_M t_{100} + C_S (m_S - m_n) t_S}{C_M m_M + C_S (m_S - m_n)} \approx 14^\circ \text{C}$$

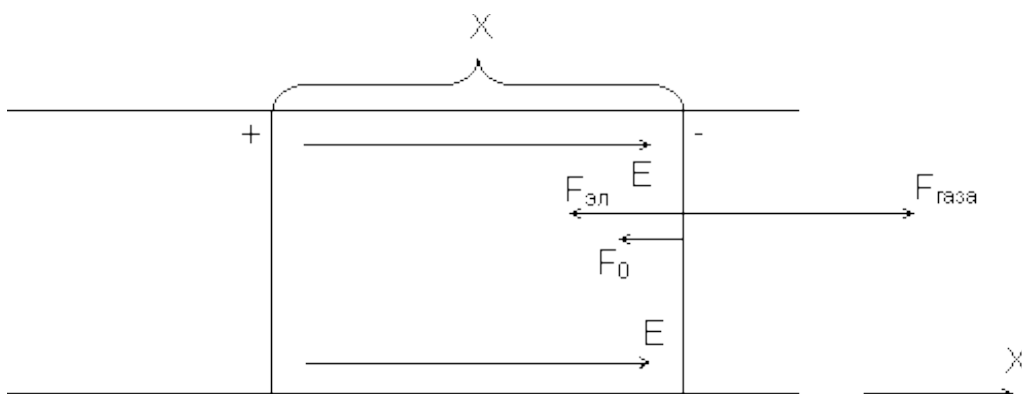
(конечная температура)

Таким образом масса испарившейся воды будет лежать в диапазоне: $40 \text{ г} \leq m_n \leq 189 \text{ г}$

Задача №2

Если стрелка параллельна плоскости линзы, то увеличение равно (в обычных обозначениях) $G_1 = f/d$. Пусть теперь стрелка параллельна главной оптической оси и занимает отрезок этой оси d до $d + Dd$, где $Dd \ll d$. Из формулы линзы легко получить, что изображение займет отрезок оси от f до $(d + Dd)F/(d + Dd - F)$. Вычитая эту величину из $f = dF/(d - F)$, получаем с учетом малости величин увеличение: $\frac{1}{2} D f \frac{1}{2} / D d = F^2 / (d - F) = (f/d)^2 = (G_1)^2$. Таким образом, изображение увеличится еще в 1,6 раза.

Задача №3



Рассмотрим проекцию равнодействующих всех сил, действующих, например, на правый поршень:

$$\sum F_x = F_{\text{газ}} - F_0 - F_{\text{эл}}$$

Сила давления газа: $F_{\text{газ}} = p \cdot s = \frac{\nu RT}{x}$

Сила давления наружного воздуха: $F_0 = p_0 \cdot s$

Сила электрического взаимодействия пластин:

$$F_0 = q_- \cdot E_+ = q \frac{E}{2} = C \cdot U \cdot \frac{U}{2x} = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2x}$$

Считаем поле однородным так как по условию:

$$\frac{\nu RT}{p_0 S} \ll \sqrt{S}$$

Таким образом
$$\sum F_x = \frac{\nu RT}{x} - p_0 s - \frac{\epsilon_0 S U^2}{2x^2}$$

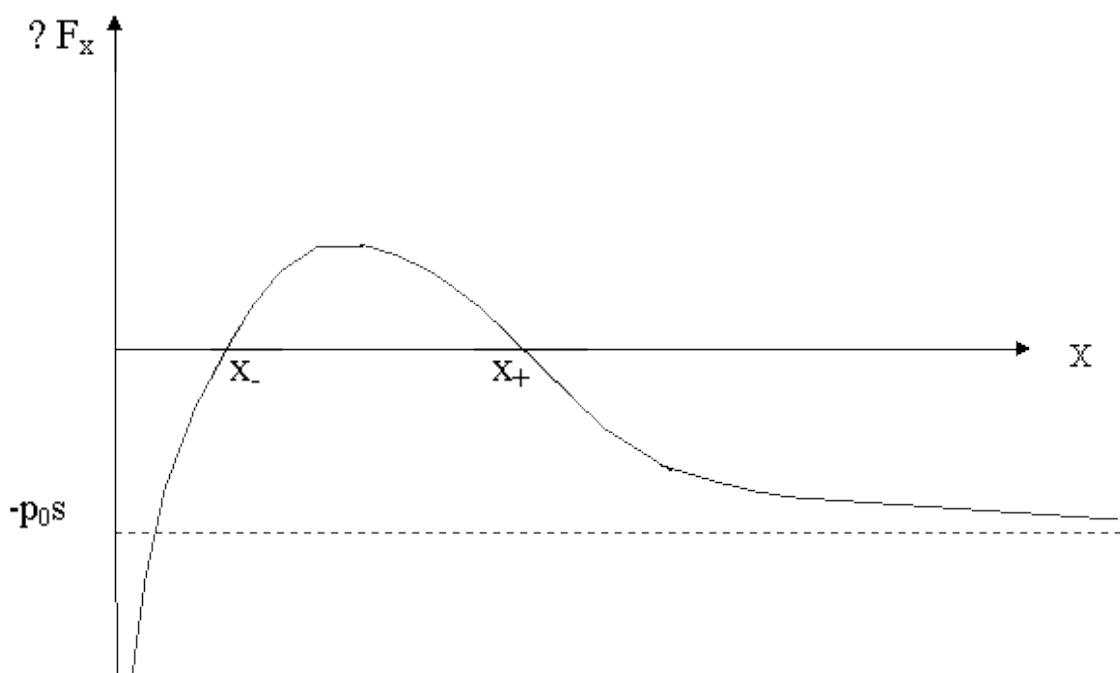
В равновесии $\sum F_x = 0$ тогда

$$x^2 - \frac{\nu RT}{p_0 S} x + \frac{\epsilon_0 U^2}{2 p_0} = 0$$

$$x = \frac{\nu RT}{2 p_0 S} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2 \epsilon_0 U^2 p_0 S^2}{\nu^2 R^2 T^2}} \right)$$

Очевидно, что оба корня положительны и соответствуют двум положениям равновесия системы при одной и той же температуре.

Исследования их на устойчивость любым способом показывает, что устойчивым будет больший корень.



Действительно, при малом смещении относительно положения X_- , равнодействующая будет и дальше уводить систему от этого положения или в устойчивое положение равновесия X_+ или приводить к слипанию пластин, а при малых отклонениях относительно X_+ равнодействующая будет возвращать систему назад.

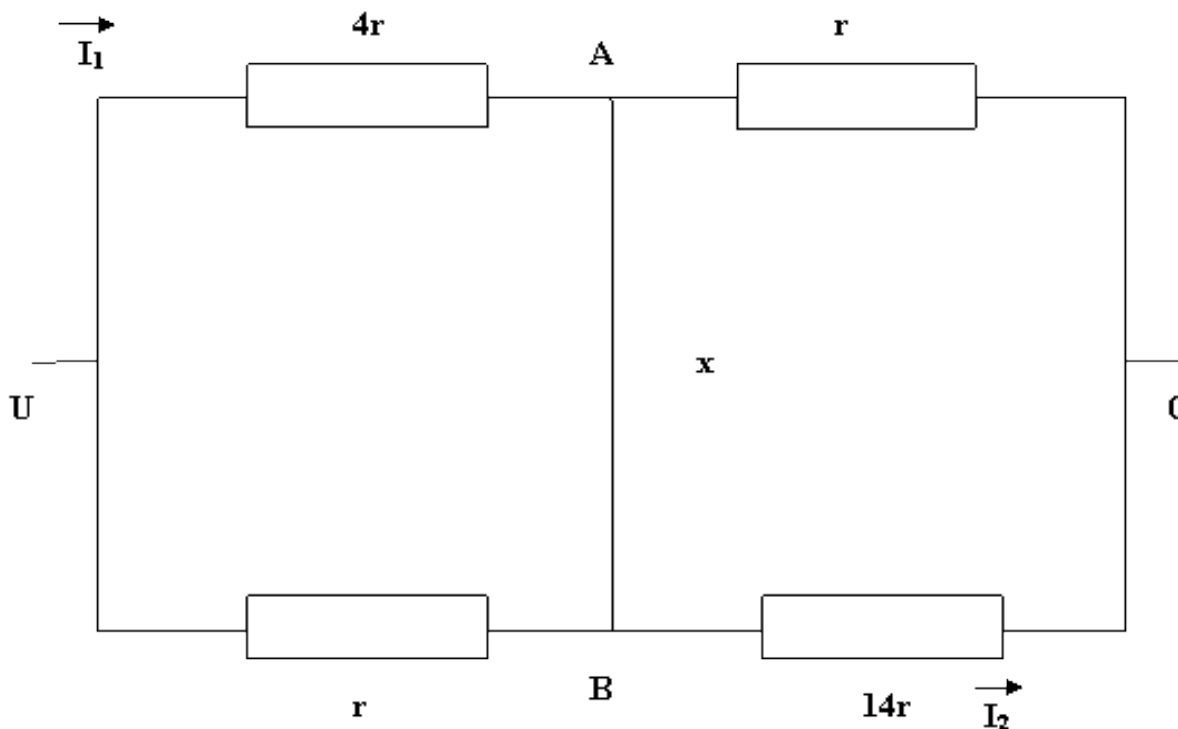
Таким образом, искомая зависимость $X(T)$ будет иметь вид

$$x = \frac{\sqrt{RT}}{2P_0S} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2\epsilon_0 U^2 P_0 S^2}{V^2 R^2 T^2}} \right)$$

Задача №4

В указанный момент тела находятся на расстоянии 2 м друг от друга и начинают равномерно сближаться с относительной скоростью 2 м/с. Проведенный жюри тщательный расчет показал, что сближение займет 1 с. Путь, пройденный телом, в данном случае равен изменению координаты тела (скорость не обращалась в ноль, разворотов не было). Уже по ходу олимпиады стало ясно, что шутка жюри, к сожалению, удалась...

Задача №5



На рисунке показана схема цепи. Здесь r – сопротивление отрезка провода длиной 20 см. Если потенциалы «крайних» точек цепи U и 0 , то потенциалы точек A и B равны

$$j_A = U - 4rI_1, \quad j_B = 14rI_2. \quad \text{Силы тока через резисторы } r \text{ равны } \frac{U - \varphi_B}{r} \text{ и } \frac{\varphi_A}{r}.$$

$$I_1 + \frac{U - I_2 \cdot 14r}{r} = I_2 + \frac{U - I_1 \cdot 4r}{r}$$

Полная сила тока: $I_1 + \frac{U - I_2 \cdot 14r}{r} = I_2 + \frac{U - I_1 \cdot 4r}{r}$. Отсюда $I_1 = 3I_2$. Это соотношение выполняется независимо от значения сопротивления x . Сила тока в «перемычке»

$$I_x = \frac{\varphi_B - \varphi_A}{x} = \frac{-U + 12I_2r + 14I_2r}{x} = \frac{-U + 26I_2r}{x}$$

Тогда сила тока в «верхнем» резисторе r равна $I_1 + I_x = 3I_2 + \frac{U - 26I_2r}{x}$. Суммарное напряжение на двух «верхних» резисторах равно U , откуда

$$I_x = \frac{\frac{11}{15}U}{x + \frac{26}{15}r}$$

находим $I_x = \frac{\frac{11}{15}U}{x + \frac{26}{15}r}$. Из этого соотношения видно, что эквивалентным является

подключение резистора x к источнику тока с внутренним сопротивлением $\frac{26r}{15}$.

Максимальная мощность соответствует согласованной нагрузке: $x = \frac{26r}{15}$, то есть длина

$$\frac{26}{15} \cdot 20 \text{ см} = 34,7 \text{ см}$$

провода-соединителя 15 .

Задача №6

Масса испарившейся воды может уменьшаться вследствие различных способов погружения в нее медного тела. Рассмотрим граничные варианты:

- 3) Тело очень быстро погрузили на глубину и можно считать, что все отданное им тепло идет на нагревание общего количества воды и на вскипание некоторой ее части.

По уравнению теплового баланса:

$$C_M m_M (t_{100} - t_M) + C_B m_B (t_{100} - t_B) + L \cdot m_n = 0$$

$$\text{Тогда } m_n = \frac{-C_M m_M (t_{100} - t_M) - C_B m_B (t_{100} - t_B)}{L} \approx 40 \text{ г} \quad (\text{конечная температура } 100^\circ\text{C})$$

- 4) Если тело погружать **очень** медленно, то пока оно не охладится до 100°C можно считать что все отданное им тепло идет на нагревание и вскипание близлежащих слоев воды, а уже после этого тело приходит в тепловое равновесие с оставшейся водой.

$$\text{Тогда } C_M m_M (t_{100} - t_M) + C_B m_B (t_{100} - t_B) + L \cdot m_n = 0$$

$$m_n = \frac{C_M m_M (t_M - t_{100})}{C_B (t_{100} - t_B) + L} \approx 189 \text{ г} \quad (\text{конечная температура } t_k = \frac{C_M m_M t_{100} + C_B (m_B - m_n) t_B}{C_M m_M + C_B (m_B - m_n)} \approx 14^\circ\text{C})$$

Таким образом масса испарившейся воды будет лежать в диапазоне: $40 \text{ г} \leq m_n \leq 189 \text{ г}$

Задача №7

При разгоне с достаточно большим ускорением a доска движется относительно полки с ускорением $a - \Delta g$ и приобретает к концу разгона скорость $(a - \Delta g)t$. После окончания разгона за счет этой скорости доска переместится еще на $(a - \Delta g)^2 t^2 / 2\Delta g$. Общее перемещение доски не должно превысить $l/2$. Отсюда с учетом соотношения $a = v/t$ получаем: время не должно быть меньше чем $v/(\Delta g) - l/v$. Нетрудно установить, при каких значениях параметров ускорение может быть любым.