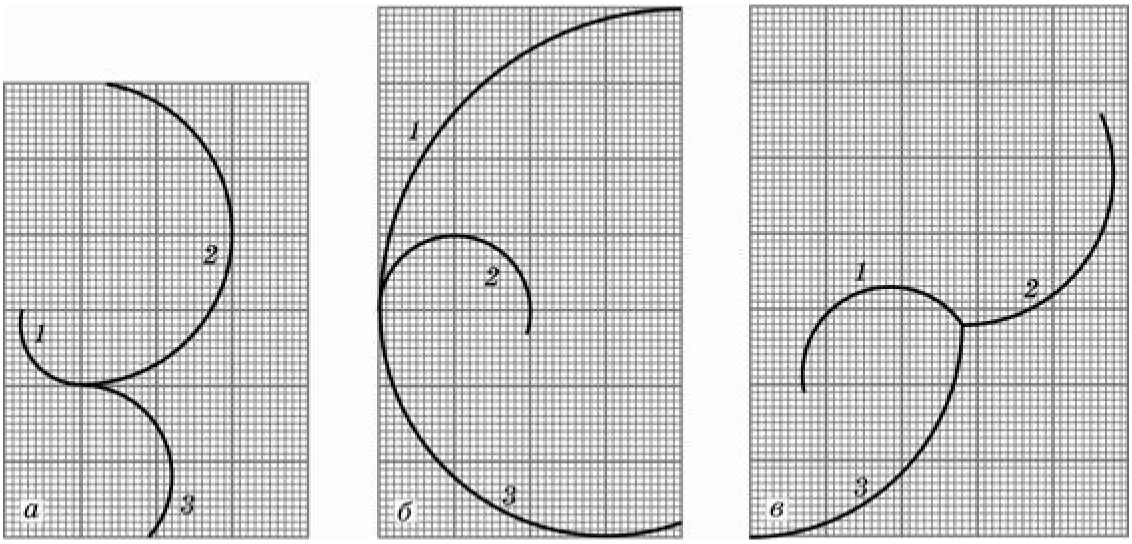
1. Трек

1. На рисунках наведено зображення траєкторій альфа-частинок та іонізованих ними після зіткнень атомів в однорідному магнітному полі, магнітна індукція якого перпендикулярна до площини рисунку. Вважайте всі зіткнення за участі альфа-частинок пружними. Визначте, зіткненню з ядром якого атома відповідає кожний рисунок.

Розв'язання. На кожному рисунку наведено три ділянки колових траєкторій. Доцентрового прискорення v^2/r надає частинкам сила Лоренца $F = q \cdot v \cdot B$.За другим законом Ньютона $mv^2 = qvBr$. Тоді радіус кривизни траєкторії *або* визначається масою частинки m, її швидкістю v або імпульсом p, зарядом q, та індукцією магнітного поля B (швидкості частинок вважаємо нерелятивістськими). Оскільки для кожної траєкторії цей радіус не змінюється, то втратами енергії – нехтуємо. З напрямку обертання можна зробити висновок, що усі частинки, траєкторії яких наведені на рисунку, мають позитивний електричний заряд.

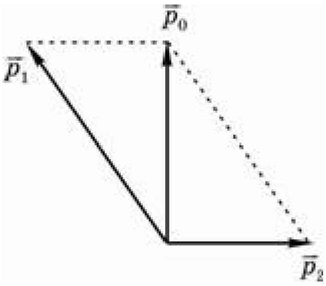
Пронумеруємо траєкторії (див. рисунок).



При пружному зіткненні зберігається загальна кінетична енергія частинок. Наведені на рис. а, б траєкторії відповідають лобовим пружним зіткненням. Якщо альфа-частинка (позначимо її масу m), що рухається зі швидкістю v_0 зазнає лобового пружного зіткнення з нерухомим ядром маси M, то внаслідок законів збереження імпульсу та енергії, швидкість альфа-частинки після зіткнення , а ядро набуває швидкості . Якщо $m>M$ то v>0 – обидві частинки після зіткнення рухаються в напрямі початкового руху; якщо ж $m<M$ то v>0 – альфа-частинка змінює напрям руху на протилежний.

За напрямом вигину траєкторій у магнітному полі можна стверджувати: на рис. *а* альфа-частинка до зіткнення рухалася ділянкою *2*, а після зіткнення — ділянкою *3* (напрям швидкості змінився на протилежний). Оскільки радіуси кривизни цих траєкторій пов'язані співвідношенням $r_3 = 0{,}6r_2$ отримуємо $v = -0{,}6v_0$ звідки $M = 4m$. Вважаючи, що m=4 а.о.м., отримуємо M=16 а.о.м., тобто зіткнення відбулося з ядром кисню-16 (оксигену). Перевіримо цей висновок: це ядро має отримати при зіткненні імпульс $1{,}6p_0$ де p_0 – початковий імпульс альфа-частинки. Оскільки заряд ядра кисню в 4 рази перевищує заряд альфа-частинки, має бути $r_1 = 0{,}4r_3$. Це дійсно має місце.

З аналогічних міркувань можна стверджувати: на рис. *б* альфа-частинка до зіткнення рухалася ділянкою *3*, а після зіткнення – ділянкою *2*. Вона не може після зіткнення рухатися ділянкою *1*, бо $r_1 > r_3$ це означало б, що енергія альфа-частинки після зіткнення збільшилася. Оскільки $r_2 = r_3/3$ отримуємо M=2 а.о.м. – зіткнення відбулося з ядром дейтерію. Перевіримо висновок: ядро дейтерію має отримати імпульс $2p_0/3$, а оскільки його заряд у 2 рази менший від заряду альфа-частинки, має бути $r_1 = 4r_3/3$. Це дійсно має місце.



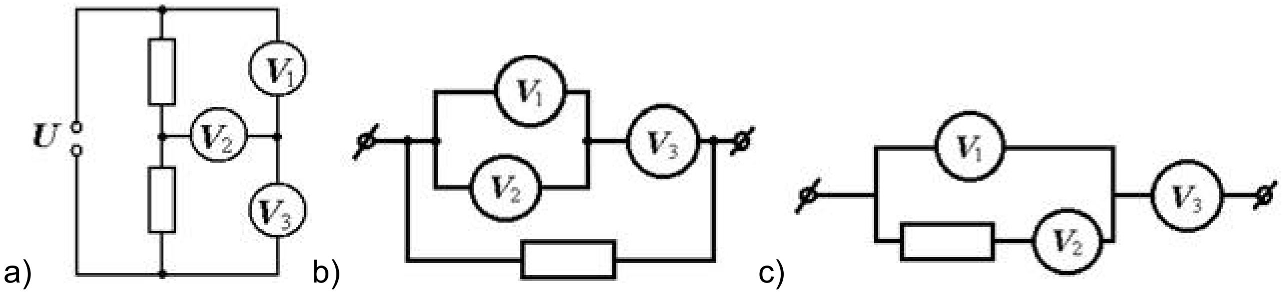
На <u>рис. *в*</u> траєкторії *2* і *3* перетинаються під прямим кутом. Напрями вигину траєкторій свідчать, що альфа-частинка спочатку рухалася траєкторією *3*. Оскільки її енергія та модуль імпульсу після зіткнення могли тільки зменшитися, вона продовжує рух траєкторією *2*, а ядро рухається траєкторією *1*. Якщо імпульс альфа-частинки після зіткнення p_2 а імпульс ядра p_1 то (рис. 1).

У прямокутному трикутнику імпульсів $p_1^2 = p_0^2 + p_2^2$. Оскільки на рисунку $r_3 = 1,4r_2$ знаходимо співвідношення між імпульсами альфа-частинки до та після зіткнення: $p_0 = 1,4p_2$ звідки $p_1^2 \approx 3p_2^2$. Врахувавши збереження кінетичної енергії і співвідношення між імпульсами, отримаємо $M \approx 3m = 12$ а.о.м. Таким чином, альфа-частинка зіткнулася з ядром вуглецю-12 (карбону). Перевіримо висновок: заряд ядра вуглецю в 3 рази більший, ніж заряд альфа-частинки, тому має бути . Кут між векторами і має бути 35°. Це дійсно має місце.

<u>Відповідь:</u> а) кисень-16; б) дейтерій; в) вуглець-12.

2. Задача помилки наборщика

На схему а), зібрану з трьох однакових вольтметрів та двох невідомих резисторів подана напруга U=12 В. В якому діапазоні можуть знаходитися покази вольтметрів?



Розв'язок

Розподіл напруги в колі можна описати системою рівнянь (U = 12 В):

$U_1 + U_3 = U;$

$U_3 + U_2 = U_{R1};$

$U_1 - U_2 = U_{R2};$

$U_{R1} + U_{R2} = U,$

де U_1, U_2, U_3 – напруга, яку вимірюють вольтметри V_1, V_2, V_3, відповідно. U_{R1} та U_{R2} – напруга на резисторах R_1 та R_2.

Зрозуміло, що найбільше значення, що показує вольтметр V_2 відповідає найбільшій різниці опорів R_1 та R_2, а саме:

При R_1=0 (схема b) $U_1=U_2=U_3/2$, $U_3+U_3/2=U$, де U = 12 В, з цього випливає, що U_3 = 2U/3 = 8 В, а тому U_1 = U_2 =4 В.

При R_2=0 (схема аналогічна b) $U_3= –U_2=U_1/2$, $U_1+U_1/2=U$, з цього випливає, що U_1 = 2U/3 = 8 В, а значить U_1 = $–U_2$ =4 В.

Таким чином напруга, яку показує вольтметр V_2 може змінюватися в межах від +4 до –4 В (нуль напруги досягається при рівних опорах R_1 та R_2), а напруга U_1 та U_3 може змінюватися в межах від 4 В до 8 В.

При дуже великих $R_2 \rightarrow \infty$ (схема c) . Звідки зрозуміло, що U_3 може набувати значення з U_3 = 2U/3 = 8 В (R >> R_1) до U_3 = U/2 = 6 В (R_1 >> R), що заходиться у вказаних вище межах.

Треба зауважити, що випадок одночасно рівних нулю R_1 та R_2 не розглядається, тому, що цей випадок відповідає короткому замкненню джерела струму, а тому його пошкодженню.

3. Капилляр

Нижний конец капилляра радиуса *r*=0,2 мм и длины *l*=8 см погружают в воду, температура которой постоянна и равна 0°C. Температура верхнего конца капилляра t_0=100°C. Температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения *σ(t)* воды приведена в таблице. На какую высоту поднимется вода в капилляре? Теплопроводность капилляра намного превосходит теплопроводность воды в нем; теплообменом с окружающим воздухом можно пренебречь.

t_0, °C	σ,
0	76
20	73
50	67
90	60

Решение

Пусть *x* – высота столбика воды в капилляре. Температура капилляра и, следовательно, воды на этой высоте равна $t_x = t_0 \dfrac{x}{l}$. Вода в капилляре удерживается силами поверхностного натяжения. Если $\sigma(t_x)$ - коэффициент поверхностного натяжения при температуре t_x, то $x = \dfrac{2\sigma(t_x)}{\rho g r}$, где ρ – плотность воды. Отсюда находим $\sigma(t_x) = \dfrac{\rho g r x}{2} = \dfrac{\rho g r l t_x}{2t_0}$. Температура на уровне максимального поднятия воды определяется, очевидно, точкой пересечения графика зависимости $\sigma(t_x) = \dfrac{\rho g r l}{2t_0} t_x$ и графика $\sigma(t_x)$, построенного по данным таблицы. Из рисунка видно, что $t_x \approx 80^\circ C$.

Следовательно, $x = \dfrac{t_x}{t_0} l \approx 6{,}4$ см.

Задачу можно решить и аналитически, если заметить, что точки, взятые из таблицы, хорошо укладываются на прямую.