1. *Про цілі числа* a, b, c *відомо, що* $a^2+2bc=1$ *і* $b^2+2ca=2012$*. Знайдіть усі можливі значення виразу* c^2+2ab.

2. *Про трикутник* ABC *відомо, що* AM *- його медіана, а* $\angle AMC=\angle BAC$*. На промені* AM *відмітили точку* K *таку, що* $\angle ACK=\angle BAC$*. Доведіть, що центри описаних кіл трикутників* ABC, ABM *і* KCM *лежать на одній прямій.*

3. *Нехай* α, β, γ *- числа із інтервалу* $(0;\pi/2)$*. Доведіть нерівність*

$$\frac{4\sin\alpha+3\sin\beta+2\sin\gamma}{2\sin\alpha+3\sin\beta+4\sin\gamma}+\frac{4\sin\beta+3\sin\gamma+2\sin\alpha}{2\sin\beta+3\sin\gamma+4\sin\alpha}+\frac{4\sin\gamma+3\sin\alpha+2\sin\beta}{2\sin\gamma+3\sin\alpha+4\sin\beta}\ge 3.$$

4. *Дві послідовності* (x_n) *і* (y_n) *дійсних чисел задаються наступним чином:*

$$x_1=y_1=\sqrt{3},\quad x_{n+1}=x_n+\sqrt{1+x_n^2},\quad y_{n+1}=\frac{y_n}{1+\sqrt{1+y_n^2}}$$

для всіх натуральних $n\ge 1$*. Доведіть, що* $[x_ny_n]=2$ *для всіх натуральних* $n>1$.

5. *Знайдіть усі функції* $f:R\to R$*, які задовольняють рівність*

$$f\left(x+f\left(y\right)-2012\right)=x+y$$

для будь-яких дійсних x *та* y.