

XXVI Всеукраїнська комплексна олімпіада з математики, фізики та інформатики "Турнір чемпіонів"

Математика.

Юніорська ліга

1. Знайдіть максимальну кількість послідовних трицифрових чисел, в записі кожного із яких є хоча б одна непарна цифра.
2. Про число N відомо, що воно дорівнює добутку десяти простих чисел (не обов'язково різних). Крім того, якщо кожний із цих десяти множників збільшити на одиницю, то отриманий добуток буде ділитися на N . Знайдіть всі можливі значення N .
3. На продовженні медіани AM рівнобедреного трикутника ABC з основою AC за точку M взяли точку P таку, що кут CBP дорівнює куту BAF . Знайдіть величину кута ACP .
4. Нехай m та n – непарні натуральні числа. Кожну клітинку таблиці із m рядків та n стовпців пофарбували в жовтий або синій колір. Назвемо рядок у цій таблиці *жовтуватим*, якщо в ньому більше жовтих клітинок, ніж синіх. Назвемо стовпчик *синюватим*, якщо в ньому більше синіх клітинок, ніж жовтих. Якого найбільшого значення може набувати загальна кількість жовтуватих рядків й синюватих стовпчиків?
5. В кожній клітинці шахової дошки 8×8 стоїть маляр з відерцями чорної та білої фарби. Для кожної клітинки задано напрямок руху маляра в сусідню по стороні клітинку так, щоб жодна клітинка не залишилась порожньою. За один хід всі малярі одночасно переміщуються згідно напрямку. Кожний маляр – або *монархіст*, або *революціонер*. Потрапивши в клітинку, *монархіст* фарбує її у колір клітинки, з якої він прийшов. *Революціонер* фарбує клітинку у колір, протилежний кольору клітинки, з якої він прийшов. Мюнхгаузен та Врунгель задані напрямки для клітинок не знають, але побачивши, що одного разу вся верхня половина дошки виявилася білою, заявили наступне. Мюнхгаузен: «Протягом наступних 10000 ходів іще зустрінеться розфарбування дошки, в якій верхня половина – біла». Врунгель: «Протягом наступних 10000 ходів якісь розфарбування точно співпадуть». Чи правий Мюнхгаузен? Чи правий Врунгель?



XXVI Всеукраїнська комплексна олімпіада з математики, фізики та інформатики "Турнір чемпіонів"

Юниорская лига

1. Найдите максимальное количество последовательных трехзначных чисел, в записи каждого из которых есть хотя бы одна нечётная цифра.
2. Про число N известно, что оно равно произведению десяти простых чисел (не обязательно различных). Кроме того, если каждый из этих десяти множителей увеличить на единицу, то полученное произведение будет делиться на N . Найдите все возможные значения N .
3. На продолжении медианы AM равнобедренного треугольника ABC с основанием AC за точку M взята точка P так, что угол CBP равен углу BAF . Найдите величину угла ACP .
4. Пусть m и n – нечётные натуральные числа. Каждую клетку таблицы из m строк и n столбцов покрасили в жёлтый или синий цвет. Назовём строку в этой таблице *желтоватой*, если в ней больше жёлтых клеток, чем синих. Назовём столбец *синеватым*, если в нём больше синих клеток, чем жёлтых. Чему равно наибольшее возможное общее количество желтоватых строк и синеватых столбцов?
5. В каждой клетке шахматной доски 8×8 стоит маляр с ведёрками черной и белой краски. Для каждой клетки задано направление движения маляра в соседнюю по стороне клетку так, чтобы ни одна клетка не осталась пустой. За один ход все маляры одновременно перемещаются согласно направлению. Каждый художник – или *монархист*, или *революционер*. Попав в клетку, *монархист* красит её в цвет клетки, с которой он пришел. *Революционер* красит клетку в цвет, противоположный цвету клетки, с которой он пришел. Мюнхгаузен и Врунгель заданные направления для клеток не знают, но увидев, что однажды вся верхняя половина доски оказалась белой, заявили следующее. Мюнхгаузен: «В течение следующих 10000 ходов еще встретится раскраска доски, в которой верхняя половина – белая». Врунгель: «В течение следующих 10000 ходов какие-то раскраски точно совпадут». Прав ли Мюнхгаузен? Прав ли Врунгель?